

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды

**Билет № 1**

1. Методы описания движения материальной точки. Законы сохранения.
2. Вязкие волны.
3. При каких значениях момента импульса  $L$  возможно финитное движение частицы в поле a)  $U(r) = -\alpha \exp(-r/r_D)/r$  ;  
б)  $U(r) = -V \exp(-r^2/r_D^2)$  ?
4. Найти функцию Лагранжа, вывести уравнения движения и найти частоту малых колебаний математического маятника, подвешенного на пружинке жесткости  $k$ , имеющей в равновесии длину  $l$  (маятник движется в плоскости).

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды

**Билет № 2**

1. Одномерные консервативные системы, интегрирование их уравнений движения. Вычисление периода финитного движения.
2. Затухание звуковых волн.
3. Определить вынужденные колебания системы под влиянием силы  $F(t)$ , если в начальный момент  $t = 0$  система покоятся в положении равновесия ( $x = 0, dx/dt = 0$ ) для:  $F = F_0 \exp(t/\tau)$ .
4. Найти распределение давления в газе, вращающемся внутри цилиндрической трубы с угловой скоростью  $\Omega = \text{const}$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды

**Билет № 3**

1. Одномерные консервативные системы, интегрирование их уравнений движения. Особенности движения вблизи точки поворота.
2. Тензор напряжений, уравнение Навье-Стокса.
3. Заряженная частица движется по прямой, на которой закреплены неподвижно два одинаковых заряда симметрично относительно начала координат на расстоянии  $2l$  друг от друга. Исследовать устойчивость положения равновесия.
4. Определить распределение давления  $p(z)$  в политропной атмосфере  $p = p_0(\rho/\rho_0)^n$ , находящейся в однородном поле тяжести Земли.

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды

**Билет № 4**

1. Сведение задачи двух тел к задаче о движении тела с приведенной массой во внешнем поле.
2. Внутренние гравитационные волны в несжимаемой среде и неустойчивость Рэлея-Тейлора. Конвективная неустойчивость.
3. Определить приближенно закон движения частицы в поле  $U(x)$  вблизи точки остановки  $x = a$ : а)  $U'(a) = 0, U''(a) \neq 0$  ;  
б)  $U'(a) = 0, U''(a) = 0, U'''(a) \neq 0$  ; в)  $U^{(i)}(a) = 0$  ( $i = 1, \dots, n - 1$ ),  $U^{(n)}(a) \neq 0$  .
4. Определить форму поверхности несжимаемой жидкости в поле тяжести в цилиндрическом сосуде, вращающемся вокруг своей оси ( $\vec{n}_z \parallel \vec{g}$ ) с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Высота уровня жидкости в покоящемся сосуде равна  $H$ , радиус цилиндра  $R$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды

**Билет № 5**

1. Задача двух тел. Кинематические параметры в цилиндрической системе координат.
2. Звуковые волны.
3. Определить изменение закона движения  $x_0(t)$  частицы на участке, не содержащем точек остановки, вызванное добавлением к полю  $U(x)$  малой добавки  $\delta U(x)$ . Исследовать применимость полученных результатов вблизи точки остановки.
4. Расстояние между точками подвеса двух математических маятников равно  $L$  (соответствующие массы  $m$  и  $M$ , длина маятников одинаковая). Как изменяться частоты колебаний, если поместить на массу  $m$  заряд  $q$ , а на массу  $M$  заряд  $Q$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды

**Билет № 6**

1. Законы сохранения при движении в центральном поле.
2. Закон сохранения энтропии. Уравнение Бернулли.
3. Записать уравнение движения однородного цилиндра радиуса  $a$ , катящегося по внутренней поверхности другого цилиндра радиуса  $R$ .
4. Как известно, за счет вращения Земли ( $\Omega = 1/13700 \text{ c}^{-1}$ ), поверхность Земли является не сферой, а сфероидом — телом вращения, представляющим несколько сплющенную у полюсов сферу. Найти относительную сплющенность Земли  $(R_{max} - R_{min})/R_{min}$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 7**

1. Общее решение задачи о движении в центральном поле.
  2. Дисперсия и волновой пакет. Дисперсионное уравнение. Фазовая и групповая скорость на примере звуковых, ВГ-волни.
  3. Определить функцию Лагранжа, написать уравнение движения для "физико-математического" маятника, состоящего из однородного стержня и математического маятника.
  4. Получить закон дисперсии звуковых волн в однородном потоке газа, который движется со скоростью  $\vec{u}_0$ .
- Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 8**

1. Определение траектории частицы в центральном поле.
  2. Закон сохранения энергии для сплошной среды. Замыкание уравнений гидродинамики в модели идеального газа.
  3. Частица движется в поле  $U(x) = U_0 / \cosh^2(ax)$  с энергией  $E > U_0$ . Найти время задержки частицы при движении от  $x = -\infty$  до  $x = +\infty$  по сравнению со временем свободного движения с той же энергией.
  4. Вязкая жидкость течет вдоль оси двух коаксиальных труб радиусов  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ) в зазоре между ними. Найти профиль скорости и зависимость расхода жидкости  $Q$  в таком потоке.
- Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 9**

1. Типы и параметры траекторий частицы, движущейся в кулоновском поле.
2. Уравнение на внутреннюю энергию.
3. Определить время падения частицы на Землю с высоты  $H$  для двух случаев: а) пренебречь зависимостью силы тяжести  $g$  от высоты, б) учесть зависимость силы тяжести  $g$  от высоты. Сравнить результаты.
4. Плоский слой газа находится в поле  $U(x) = ax^\beta$ . Определить закон распределения термодинамических параметров вдоль  $x$  при различных  $\beta$  в случае модели идеального газа. Определить толщину слоя. Рассмотреть изотермический и изохорический случаи.

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 10**

1. Рассеяние частиц в центральном поле. Эффективное сечение рассеяния.
2. Потоки физических величин.
3. Частица массы  $m$  может двигаться по окружности радиуса  $R$  в вертикальной плоскости в поле тяжести. Найти закон движения, если ее кинетическая энергия в нижней точке равна  $E = 2mgR$ .
4. В шаре радиусом  $R_0$  находится газ массой  $M$ . Шар находится в вакууме. Возникла дырка размером  $\Delta S$ . Определить закон вытекания воздуха из шара.

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 11**

1. Рассеяние частиц в кулоновском поле (сечение Резерфорда).
2. Вывод уравнений гидродинамики в дифференциальной форме.
3. Определить период колебаний математического маятника при малых, но конечных значениях максимальной амплитуды  $\varphi_0$ .
4. Определить частоту колебаний подвешенного на пружинке шарика массы  $m$ , который находится в идеальной жидкости с плотностью  $\rho$ . Шарик изготовлен из материала с плотностью  $\rho_0$ . Сопротивление не учитывать.

Зав. каф. ТФ и ВП

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 12**

1. Вывод уравнений Лагранжа в обобщенных координатах. /Число степеней свободы системы. Обобщенные координаты и скорости. Кинетическая и потенциальная энергии. Обобщенная сила. Функция Лагранжа. Уравнение Лагранжа. Обобщенная сила. Уравнения движения двойного математического маятника./
2. Интегральные законы сохранения в механике сплошной среды. Дифференцирование интегралов по объему, зависящему от времени.
3. Частица движется в поле  $U(r) = -\alpha/r^6$ . Найти траекторию движения, если полная энергия частицы равна нулю.
4. Вязкая жидкость прилегает к плоскости  $(x, y, z = 0)$ , колеблющейся в направлении оси  $z$  с амплитудой скорости  $u_0$  и частотой  $\omega$ . Найти закон движения жидкости.

Зав. каф. ТФ и ВП

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 13**

1. Лагранжиан и уравнения движения частицы в неинерциональных системах отсчета.
2. Понятие сплошной среды. Интегральные законы сохранения в механике сплошной среды.
3. Вязкая жидкость движется между двумя параллельными плоскостями. Одна стенка покоится, другая движется со скоростью  $u_0$ . Найти профиль течения, определить среднюю скорость течения, расход жидкости, силу трения, действующую на единицу площади стенки.
4. Определить период колебаний в зависимости от энергии при движении частицы массы  $m$  в поле с потенциальной энергией  $U(x) = A|x|^n$ . Почему при  $n = 2$  период не зависит от полной энергии  $E$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 14**

1. Лагранжиан и закон движения частицы на вращающейся планете.
2. Кинетическая энергия, момент импульса и тензор инерции твердого тела. Уравнения движения твердого тела.
3. Пусть в начальный момент времени распределение скорости вязкой жидкости имеет вид:  $u(z, 0) = \begin{cases} u_0, & z > 0 \\ -u_0, & z < 0 \end{cases}$ . Определить как со временем будет изменяться скорость.
4. Как известно, за счет вращения Земли ( $\Omega = 1/13700 \text{ c}^{-1}$ ), поверхность Земли является не сферой, а сфероидом — телом вращения, представляющим несколько сплющенную у полюсов сферу. Найти относительную сплющность Земли  $(R_{\max} - R_{\min})/R_{\min}$ . Указания: 1) Землю считать однородным жидким телом; 2) принять гравитационное притяжение центральносимметричным.

Зав. каф. ТФ и ВП

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 15**

1. Движение заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях. Дрейф заряженных частиц. /Уравнение движения. Аналогия с движением в гравитационном поле на вращающейся планете. Траектория движения. Дрейф. Скорость дрейфа. Дрейф в неоднородном магнитном поле./
2. Уравнения Гамильтона. Скобки Пуассона.
3. Определить центральные поля, в которых частица может двигаться по следующим траекториям  $c = \text{const}$ : a)  $r = c\varphi$ ; b)  $r = c/\varphi$ . Изобразите траектории движения.
4. Найти форму свободной поверхности несжимаемой вращающейся жидкости, если частицы жидкости притягиваются к оси вращения с силой пропорциональной расстоянию до оси вращения  $F = -m\beta r$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

---

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**  
Теоретическая механика и Основы механики сплошной среды  
**Билет № 16**

1. Действие и принцип Гамильтона. Уравнение Гамильтона-Якоби.
2. Вывод уравнений гидродинамики в дифференциальной форме.
3. Запишите второй закон Ньютона  $\vec{F} = m\vec{r}$  для a) цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, z)$
4. Емкость центрифуги в виде части кругового сектора угла  $2\alpha$  радиусов  $r$  и  $R$  ( $R > r$ ) заполнена жидкостью на высоту  $H$  и вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью. Найти угловую скорость  $\Omega$ , при которой жидкость будет выливаться из центрифуги. При решении задачи считать, что свободная поверхность жидкости в отклоненном положении не пересекает дно сосуда, а его высота равна  $h$ .

Зав. каф. ТФ и ВП

---